MATHESIS EN MATHEMATICI.

MATHESIS EN MATHEMATICI.

REDE

uitgesproken bij de aanvaarding van het
Ambt van Hoogleeraar in de Wiskunde aan de Universiteit
van AMSTERDAM, den 10en December 1906,

DOOR

DR. H. DE VRIES.



GEDRUKT BIJ J. WALTMAN JR., DELFT, 1906.

Edel Grootachtbare Heeren Curatoren dezer Hoogeschool, EdelAchtbare Heeren Burgemeester, Wethouders, en Leden van den Raad dezer Gemeente, Hooggeleerde Heeren Professoren, Zeer Geleerde Heeren Doctoren, Dames en Heeren Studenten, en Gij Allen, die deze plechtigheid met Uwe tegenwoordigheid vereert,

Zeer geachte Toehoorders,

Door het vertrouwen van de Faculteit der Wis- en Natuurkunde, de Curatoren dezer Hoogeschool, en den Raad dezer Gemeente geroepen om de plaats te komen innemen, die mijn hooggeachte voorganger en leermeester VAN PESCH om redenen van gezondheid heeft moeten vaarwel zeggen, valt mij heden naar universitair gebruik de eer te beurt, gedurende eenige oogenblikken het woord tot U te mogen richten over een onderwerp, behoorende tot de wetenschap mijner keuze.

Bij gelegenheden als deze, waar de toehoorders voor het meerendeel niet behooren tot de onmiddellijke vakgenooten, verkeert de mathematicus, vergeleken bij de beoefenaars van tal van andere wetenschappen, steeds in bijzonder ongunstige omstandigheden; want de hulpmiddelen die hem in gewone omstandigheden ten dienste staan, en die hij als onmisbaar heeft leeren beschouwen, ontvallen hem hier één voor één: zijn betoog door het ontwerpen van figuren te ondersteunen, is niet wel doenlijk; zijn gewone taal, voor een aanzienlijk deel uit vaktermen bestaande, kan hij niet spreken; en van zijn onvolprezen kortschrift, de mathematische formules, die op zoo bewonderenswaardig beknopte, en toch zoo volledige wijze lange volzinnen

kunnen vervangen, kan hij zich niet bedienen. En zoo is hij dus het gebrekkigst toegerust juist dan, wanneer hij zou wenschen het best toegerust te zijn, nl. wanneer hem de inderdaad zeldzame gelegenheid geboden wordt, in tegenwoordigheid van eene breede schare van belangstellende toeschouwers een tipje van de gordijn op te lichten, waarachter zich het leven zijner wetenschap op voor den oningewijde onzichtbare wijze afwikkelt. Onbekendheid toch met hetgeen er achter dit gordijn voorvalt, doet meeningen en opvattingen ontstaan, die met de werkelijkheid geheel in strijd zijn, en die dus ieder waarachtig mathematicus het tot zijn plicht zal rekenen te bestrijden; om slechts één voorbeeld te noemen: de mathesis is geenszins, zooals veelal geloofd wordt, eene doode wetenschap, die voor geen ontwikkeling en verandering meer vatbaar is; integendeel, zij is, en tegenwoordig meer dan ooit, vol leven, en dit haar leven verloopt geenszins altijd zoo kalm, zoo ongestoord, zoo „passieloos" als wel eens ondersteld wordt; ook de wiskunde kent voor- en tegenspoed, oogenblikken van groot succes, doch ook van twijfel, ja zelfs van angst, en mag zij eenerzijds bogen op een indrukwekkend aantal vurige bewonderaars, anderzijds telt zij eene groote menigte bittere vijanden, die geen gelegenheid voorbij laten gaan om haar het leven onaangenaam te maken.

De belangstelling in de mathesis neemt tegenwoordig eer toe dan af, al verklaarde ook, nog niet zoo heel lang geleden, een van de groote Engelsche dagbladen naar aanleiding van eene bijeenkomst van de leden der „British Association for the advancement of Science": „Saturday morning was devoted to pure mathematics, and so there was nothing of any general interest" [1]); maar veel meer dan de mathesis zelve is tegenwoordig haar beoefenaar, de

[1]) A. R. Forsyth: „Report of the 67th meeting of the Brit. Ass.", p. 542;
W. Ahrens: „Scherz und Ernst in der Mathematik"; Leipzig, Teubner, 1904, p. 467.

„homo mathematicus", het voorwerp eener nauwgezette studie. Stelde men zich vroeger onschuldiglijk tevreden met eenige anecdotes over 's mans excentriciteit, waarbij vooral de afgetrokkenheid eene belangrijke rol speelde, verhalen die, van mond tot mond gaande, op den duur de meest ongelooflijke afmetingen aannamen, tegenwoordig is men die periode van naïef vermaak ontgroeid, en wordt de mathematicus als een zeer serieus proefobject beschouwd, en, zoo mogelijk met zijne voorzaten en al, volgens de regelen der kunst ontleed. Aldus geschiedt bijv. in een boek, getiteld „Über die Anlage zur Mathematik", verschenen in 1900, en geschreven door den medicus P. J. MÖBIUS, kleinzoon van AUGUST FERDINAND MÖBIUS, „der hervorragende Astronom und Mathematiker deutscher Nation, und der hervorragende Geometer aller Nationen", zooals van hem gezegd is[1]); ik kan den lust niet weerstaan U enkele uitkomsten waartoe de schrijver geraakt is hier mede te deelen.

Allereerst wordt gezocht naar den zetel van het orgaan voor wiskunde, en in overeenstemming met de onderzoekingen van GALL wordt dit gevonden in eene winding van de hersenen, die eene voortzetting vormt van de onderste winding van het orgaan voor muziek; deze mathematische winding ligt boven de oogholte, zoodat bij sterke ontwikkeling er van, dus bij grooten mathematischen aanleg, de bovenrand dier oogholte, vooral aan de buitenzijde, naar beneden wordt gedrukt, wat ten gevolge heeft dat de wenkbrauwen de oogen in sterkere mate dan bij andere stervelingen het geval is, overschaduwen[2]); daarbij doet zich het verschijnsel bij het linkeroog in den regel sterker gevoelen dan bij het rechter[3]), hoewel uitzonderingen, zooals bijv. bij LEIBNIZ[4]), waar tusschen links en rechts nauwelijks eenig verschil valt waar te nemen, en bij GAUSS[4]), waar het verschijnsel zich aan weerskanten in buiten-

[1]) „Gesammelte Werke", I, p. XX.
[2]) l. c. p. 23. [3]) l. c. p. 137. [4]) l. c. p. 141.

gewoon sterke mate, doch op geheel onsymmetrische wijze openbaart, niet zijn buitengesloten.

Nadat het mathematisch orgaan op uitvoerige wijze onderzocht is, gaat de schrijver over tot de ontwikkelingsgeschiedenis van verschillende groote mathematici, en vernemen wij bijv. dat GAUSS reeds op zijn derde jaar fouten in de berekeningen van zijn vader verbeterde, en als knaap van negen jaren de formule voor de sommatie eener rekenkundige reeks als het ware onbewust toepaste bij het sommeeren der getallen van 1 tot 40[1]), en dat AMPÈRE met kiezelsteenen en boonen zat te rekenen, reeds vóór hij de cijfers kende, en eene beschuit, die hem gegeven werd nadat hij ten gevolge van eene lichte ongesteldheid drie dagen had moeten vasten, in stukjes brak om er mede te gaan rekenen, in plaats van haar op te eten[2]).

Na nog eene lange reeks van andere beroemde mannen op mathematisch, physisch en astronomisch gebied, zooals ARAGO, YOUNG, WATT, FOURIER, MONGE, FRESNEL, GALILEI, HUYGENS, CLAIRAUT, BESSEL, EULER en vele anderen de revue te hebben laten passeeren, en de rekenkunstenaars, die eene afzonderlijke groep vormen[3]), onderzocht te hebben, komen de mathematische dames aan de beurt[4]), en hier komt de schrijver tot dezelfde slotsom, waartoe reeds vroeger GINO LORIA in zijne voordracht, getiteld „Donne matematiche" gekomen was[5]), en die ik hier wensch mede te deelen, zonder er echter de geringste verantwoordelijkheid voor te aanvaarden: zij bestaat hierin dat de vrouw, over het algemeen genomen, geen aanleg voor wiskunde blijkt te bezitten, wat aan haar schedel dan ook duidelijk moet zijn waar te nemen, en dat dus „das mathematische Weib wider die Natur sei"[6]); geen enkele beroemde vrouw heeft op mathematisch gebied

1) l. c. p. 36. 2) l. c. p. 37. 3) l. c. p. 66. 4) l. c. p. 77.
5) Zie de „Noot" aan het slot van de voordracht van Loria. 6) l. c. p. 85.

iets waarlijk belangrijks verricht, bijv. nieuwe methoden bedacht; zij waren goede leerlingen, meer niet. Zelfs SONJA CORVIN-KRUKOWSKY, de latere SONJA KOWALEWSKY, de mathematische vrouw bij uitnemendheid, heeft niet anders gedaan dan de gedachten uitwerken van haar leermeester WEIERSTRASS[1]).

Het hier uitgesproken oordeel moge wellicht juist zijn indien men zich beperkt tot de mathematici van den allereersten rang, tot de meesters der wetenschap dus; maar m. i. mag hier toch niet verzwegen worden, dat er eene ver boven het middelmatige uitstekende begaafdheid vereischt wordt, om de gedachten van een WEIERSTRASS te kunnen uitwerken op eene wijze zooals SONJA KOWALEWSKY dit heeft vermocht.

In een volgend hoofdstuk wordt de erfelijkheid van het mathematisch talent bestudeerd, en de conclusie getrokken dat dit steeds van den vader, en nooit van de moeder geërfd wordt, zoodat bijv. nooit de dochter van een mathematicus het talent van haar vader overdraagt op haar zoon [2]); en om dit te bewijzen worden stamboomen opgesteld van families waarin het mathematisch talent erfelijk gebleken is, in de allereerste plaats natuurlijk die van de beroemde familie BERNOULLI, waar de mathematici in zoo grooten getale voorkomen, dat zij evenals gekroonde hoofden onderscheiden moeten worden als Jacob I, Jacob II, Johan I, II, III, Nicolaas I, II [3]); en hier tegenover wordt gesteld die van de familie MÖBIUS, waar August Ferdinand, schrijvers grootvader, geheel alleen staat te midden van predikanten, musici en schilders[4]).

Tal van andere onderwerpen worden in het boek van MÖBIUS nog aangeroerd. Zoo geeft de schrijver ons de geruststellende verzekering, dat honger lijden voor het mathematisch talent volstrekt ongevaarlijk is [5]); dat de mathematicus in den regel zeer matig

1) l. c. p. 83.
2) l. c. p. 104. 3) l. c. p. 97. 4) l. c. p. 107.
5) l. c. p. 111.

is, en vrij van sterken drank [1]); dat geestesstoringen vergelijkender wijze zeer zeldzaam zijn [2]); dat de gemiddelde levensduur, wellicht ingevolge zijne matigheid, langer is dan die van het menschdom in het algemeen [3]); dat het mathematisch talent kan voorkomen in vereeniging met alle mogelijke andere talenten, zooals bijv. in hooge mate met dat voor philologie bij GAUSS [4]), doch ook met dat voor kunst, bovenal voor muziek; en wat dies meer zij. Doch ik mag Uw geduld niet op eene al te zware proef stellen; het zij mij nog slechts vergund enkele volzinnen uit de „Inleiding" aan te halen, waarin de schrijver zelf het facit uit zijne onderzoekingen trekt [5]). „Die Menschen mit ausgesprochenem mathematischem Talente", zoo zegt hij, „bilden sozusagen eine bevorzugte Kaste. Sie stehen der übrigen Menschheit gegenüber wie die akademisch Gebildeten dem Reste .... Wir Anderen dürfen uns daher nicht beklagen, wenn uns die Mathematiker etwas von oben herab ansehen .... Es ist mit der Mathematik nicht anders als mit der Musik, der Malerei, der Dichtkunst .... Mathematiker kann nicht Jeder werden, die Gescheitheit im Allgemeinen und der Fleiss helfen da gar nichts .... Die Mathematik ist also eigentlich eine Kunst, d.h. ein Können, das nicht willkürlich erworben werden kann .... Wie andere Künstler findet auch der Mathematiker in seiner Kunst alle Freude. Dass einer von Beruf Mathematiker sei, daneben aber ein Steckenpferd reite, die Mathematik als Arbeit, das andere als Freude ansehe, das kommt nicht vor. Man kann in irgend einem Berufe sehr tüchtig sein, und doch mit dem Herzen nicht dabei; bei einem Mathematiker ist das nicht möglich, sowenig wie bei einem Musiker oder Maler".

Werd dit inderdaad zeer vleiend oordeel door een ieder onderschreven, waarlijk de dichter NOVALIS zou gelijk hebben, waar

1) l. c. p. 136. 2) l. c. p. 129.
3) l. c. p. 134. 4) l. c. p. 36. 5) l. c. p. 4.

hij de mathematici als „die einzig Glücklichen" prijst[1]; ongelukkig echter is het aantal niet gering van hen, die eene geheel andere meening zijn toegedaan, en van hunne antipathie, ja zelfs van hun diepen afkeer, bij alle voorkomende gelegenheden doen blijken; de billijkheid gebiedt, ook dezen niet met stilzwijgen voorbij te gaan. Zoo zweert dan de overigens zoo zachtzinnige DE GENESTET in zijn bekend gedicht „Aan een lid der commissie tot afneming van het weleer beruchte staatsexamen", den zwolschen rector THIEBOUT, „bij den duursten eed, een eed in de elfde macht", dat hij „zijn algebra vergeet, mathesis diep veracht". Zoo vindt een ander het „Un emploi bien triste et des nuits et des jours, Que d'intégrer sans fin, et de chiffrer toujours" [2]), terwijl een derde tot de ontdekking gekomen is „que les mathématiques dessèchent le cœur" [3]). Een vierde spreekt van de mathesis als van „le monde où l'on s'ennuie"; een vijfde moet wel is waar toegeven „que les mathématiques régissent le monde .... mais elles le régissent sans l'amuser; en een zesde eindelijk vergelijkt zeer poëtisch „les lumières mathématiques à ces pâles soleils du nord, sous lesquels on reste glacé. Ils ne font éclore que des fleurs sans parfum, et des fruits sans saveur" [4]).

Frederik de Groote en Voltaire hebben zich in hunne briefwisseling herhaaldelijk over de mathesis en hare beoefenaars uitgelaten, als gevolg van de groote belangstelling van eerstgenoemde in de werkzaamheden der Pruisische Akademie van Wetenschappen; en hoewel beiden geenszins bepaaldelijk tot de vijanden der wiskunde gerekend mogen worden, en niet zelden genegen zijn haar den tol hunner bewondering te betalen, zoo drijven zij toch ook herhaaldelijk den spot met „MM. les géomètres, qui carrent éternelle-

1) Jahresber. d. deutschen Math. Ver., Dl 13 (6), 1904, p. 358.
2) J. Bertrand, „Éloges académiques", p. 119; Ahrens, l. c. p. 82.
3) A. Rebière, „Mathématiques et mathématiciens", p. 167.
4) A. Rebière, l. c. p. 160.

ment des courbes inutiles" [1]), en die zich onledig houden met „des points sans étendue, et des lignes sans profondeur" [2]).

Een van de grimmigste en onverzoenlijkste vijanden der wiskunde, inzonderheid van die der Grieken, was ongetwijfeld SCHOPENHAUER, in wiens geschriften de mathesis herhaalde malen het onderwerp uitmaakt eener zeer weinig vleiende bespreking. SCHOPENHAUER heeft het voornamelijk gemunt op de meetkunde van EUCLIDES; hij maakt zich boos naar aanleiding van diens bewijs van de stelling van PYTHAGORAS, dat hij minachtelijk een „muizenvalbewijs" noemt, omdat het verstand er z. i. niet door overtuigd, maar evenals een muis in de val op arglistige wijze door verschalkt wordt; en hij stelt er een ander voor in de plaats, dat echter slechts geldig is voor het bijzondere geval van den gelijkbeenigen rechthoekigen driehoek, en — voor een philosoof wel ongelukkig — reeds voorkomt bij Plato [3]).

Met de Meetkunde van EUCLIDES is echter zijne belangstelling in de mathesis nog geenszins uitgeput; ook tot de hoogere gedeelten strekt zich zijn onderzoek uit, en zoo komt hij bijv. met betrekking tot de Analyse tot het volgende, met het oog op het hierboven besproken boek van MÖBIUS inderdaad onverwachte resultaat [4]): „Dass die niedrigste aller Geistestätigkeiten die arithmetische sei, wird dadurch belegt, dass sie die einzige ist welche auch durch eine Maschine ausgeführt werden kann. Nun läuft alle analysis finitorum et infinitorum im Grunde doch auf Rechnen zurück; danach bemesse man nun den sogenannten mathematischen Tiefsinn, über welchen schon LICHTENBERG sich lustig macht indem er sagt: „Es ist fast mit der Mathematik wie mit der Theologie. Sowie die der letzteren Beflissenen, zumal wenn sie in Ämtern stehen, Anspruch auf einen besonderen Kredit von Heiligkeit und

1) Ahrens, l. c. p. 83.
2) Ahrens, l. c. p. 83.
3) Jahresber., l. c. p. 359.
4) Werke VI, p. 52; Jahresber., l. c. p. 360.

eine nähere Verwandtschaft mit Gott machen, so verlangt sehr oft der sogenannte Mathematiker für einen tiefen Denker gehalten zu werden, ob es gleich darunter die grössten Plunderköpfe gibt, die man nur finden kann, untauglich zu irgend einem Geschäft das Nachdenken erfordert, wenn es nicht unmittelbar durch jene leichte Verbindung von Zeichen geschehen kann, die mehr das Werk der Routine als des Denkens ist" ".

Men ziet, erger kan het al haast niet.

Eene zeer eigenaardige plaats in de rij onzer hateren neemt ten slotte in EUGEN DÜHRING, eigenaardig, omdat wij hier, wat men ongetwijfeld niet zou verwachten, te doen hebben met een mathematicus van professie, schrijver van een boek, getiteld: „Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik", dat in 1872 door de philosophische faculteit der universiteit te Göttingen met goud werd bekroond, terwijl in het voor den schrijver zeer vleiend judicium o. a. geprezen worden „die warme Anerkennung jedes Verdienstes, die erklärende Entschuldigung des Misslungenen, und die vornehme Schonung, mit der über das Verkehrte hinweggegangen wird" [1]).

Had de faculteit ook over den 2^en^ en 3^en^ druk een oordeel moeten uitbrengen, ik betwijfel of haar de „vornehme Schonung" opnieuw opgevallen zou zijn; verbitterd nl. doordien hem inmiddels de venia legendi als privaat-docent aan de universiteit te Berlijn ontnomen werd, begon de schrijver zich toe te leggen op het beschimpen vooral van hen, die volgens het oordeel van alle anderen aan de spits marcheeren, met uitzondering van zijne godheid LAGRANGE en nog eenige weinige andere uitverkorenen, zooals PONCELET; en het moet erkend worden, dat hij het in deze in mathematische kringen ietwat ongebruikelijke richting door ijver en toewijding tot eene ongekende virtuositeit gebracht heeft. Maar DÜHRING's

1) Zie de 3e editie, 1887, p. X.

vijandschap ontspringt uit eene troebele bron; zijn oordeel kan dus ook voor ons slechts zeer geringe waarde hebben.

Men kan niet zeggen dat de wiskundigen zich over het algemeen van de tegen hunne wetenschap en henzelven gerichte aanvallen veel hebben aangetrokken; in den regel hebben zij het stilzwijgen bewaard, doch een enkele maal is bij dezen of genen het geduld eens uitgeput geraakt, en dit is, voor zoover mij bekend, het laatst overkomen aan ALFRED PRINGSHEIM, hoogleeraar aan de universiteit te München, die in eene rede, uitgesproken den 14^{en} Maart 1904 in de Koninklijk Beiersche Akademie van Wetenschappen [1]), de uitspraken van SCHOPENHAUER eens aan een grondig kritisch onderzoek onderworpen heeft, bij welke gelegenheid de groote wijsgeer nu juist geen heel gelukkig figuur maakt. Niet alleen laat PRINGSHEIM, naar aanleiding van SCHOPENHAUER's hierboven aangehaald oordeel over de Analyse, duidelijk zien dat SCHOPENHAUER de Analyse met het cijferen verwart, en van de eigenlijke Analyse „auch nicht die leiseste Ahnung besitzt" [2]); niet alleen toont hij aan, dat zelfs de meetkunde der Grieken niet tot zijne sterke zijden behoort, en dat hij in ieder geval van het *eigenlijke* zwakke punt dezer meetkunde, nl. het postulaat betreffende de evenwijdige lijnen, hoegenaamd geen begrip blijkt te bezitten [3]); doch, wat erger is, hij beticht en overtuigt hem van opzettelijke vervalsching van citaten, waardoor hij de schrijvers juist het omgekeerde laat zeggen van wat zij bedoeld hebben; zoo van den hierboven geciteerden LICHTENBERG [4]), zoo ook van niemand minder dan DESCARTES [5]). En zoo is dan door de rede van PRINGSHEIM althans één van de

1) Jahresber., l. c. p. 357.
2) Jahresber., l. c. p. 362.
3) Jahresber., l. c. p. 359.
4) Jahresber., l. c. p. 362.
5) Jahresber., l. c. p. 367.

vijanden onzer wetenschap, maar daarvoor dan ook de allergevaarlijkste, wiens autoriteit, zooals PRINGSHEIM zegt [1]), steeds in de weegschaal geworpen wordt wanneer inkrimping van het onderwijs in wiskunde gepredikt wordt, onschadelijk gemaakt. Neen, een Montblanc naast een molshoop, zooals SCHOPENHAUER het in beminnelijke bescheidenheid uitdrukt waar hij zich zelven met HELMHOLTZ vergelijkt [2]), dien indruk maakt hij na het onderzoek van PRINGSHEIM nu juist niet.

Hoe zou het wel komen, zoo vragen wij, dat onze wetenschap, die hare beoefenaars tot zulk een hoogen graad van vervoering vermag te brengen, en een menschenleven lang in dien toestand weet te houden, anderzijds zoo velen met zulk een diepen afkeer vervult? Ik kan het vermoeden niet van mij afzetten dat dit laatste te wijten is aan onkunde, of liever, wat altijd veel erger is, aan halve kunde, en dat de min vleiende oordeelvellingen die ik hierboven citeerde, alsmede de vele andere die ik met stilzwijgen voorbij ben gegaan, met de eigenlijke wetenschap der wiskunde niets te maken hebben, doch, buiten medeweten van de oordeelvellers zelven om, uitsluitend gericht zijn tegen de lagere, of laat ons wellicht beter zeggen de schoolmathesis, die dan, zooals zulks ook SCHOPENHAUER overkwam, abuisievelijk met de eigenlijke wetenschap verward wordt. Maar evenmin als het spelen van toonladders en vingeroefeningen eigenlijke kunst is, evenmin is het herleiden van wortelvormen of het construeeren van driehoeken eigenlijke wetenschap; en even waardeloos als een oordeel over de muziek zou zijn van hem, die nooit de namen BEETHOVEN en WAGNER heeft hooren uitspreken, even waardeloos is het oordeel over de mathesis van diegenen, die van de scheppingen van een EULER, GAUSS, LAGRANGE, LAPLACE, JACOBI, ABEL, WEIERSTRASS,

1) Jahresber., l. c. p 358.
2) Ahrens, l. c p. 457.

RIEMANN, STEINER, GRASSMANN, LOBATSCHEWSKY, BOLYAI, en hoe zij allen heeten mogen, volslagen onkundig zijn.

Stelt men aan eene exacte wetenschap den eisch dat zij op zich zelf staande waarheden, feiten en resultaten in grooten getale onder algemeene gezichtspunten moet weten te vereenigen, en algemeene methoden moet kunnen aanwijzen, met wier hulp uitgebreide categorieën van vraagstukken langs zekeren weg tot oplossing gebracht kunnen worden, dan wordt de wiskunde eigenlijk pas eene wetenschap door het invoeren van het coördinatenstelsel in de meetkunde, en van het functiebegrip in de algebra. Hierdoor toch grijpt in de beschouwingswijze plotseling een geheele ommekeer plaats. De elementaire algebra leert ons in enkele bijzonder eenvoudige gevallen de onbekenden op te lossen uit algebraïsche vergelijkingen, en in zooverre hiervoor inderdaad algemeene methoden bestaan, zou zij wellicht nog het allermeest aanspraak kunnen maken op den naam van wetenschap; doch hoe dit zij, zij bepaalt hare aandacht in ieder geval uitsluitend tot die enkele waarden van de onbekende, die het linker lid der op nul herleide vergelijking de waarde nul inderdaad doen aannemen. Door de invoering van het functiebegrip wordt dit alles geheel anders: wij beschouwen niet enkele geïsoleerde waarden van de onbekende x, maar laten integendeel deze grootheid alle mogelijke waarden, van $-\infty$ tot $+\infty$, geleidelijk doorloopen, en gaan daarbij nauwkeurig na welke waarden het linker lid der vergelijking, dat wij nu eene functie y van x noemen, aanneemt ten gevolge van de veranderlijkheid van x. En over de op deze wijze aan elkaar toegevoegde waardenparen van x en y verkrijgen wij niet, zooals SCHOPENHAUER meent [1]), een overzicht door middel van „durch mühsäligste Rechnung zu gewinnende" tabellen, maar integendeel, althans in zeer vele gevallen, door middel van het coördinatenstelsel, waardoor de graphische voorstellingen ontstaan, die van de mathesis uit hun

1) Jahresber., l. c. p. 363.

weg naar de mechanica, physica, chemie, astronomie, meteorologie, technische wetenschappen, levensverzekering, ... ja waar al niet heen gevonden hebben. De mathematicus verheugt zich over het groote nut, dat allerwegen gesticht wordt door de zoo eenvoudige gedachte, het waardenbeloop eener functie zichtbaar voor te stellen door eene kromme lijn; nog meer verheugd echter is hij door de winst, die deze gedachte voor de mathesis zelve afwerpt. Er wacht hem nl. nu eene dubbele taak, waaraan hij zich volgaarne onderwerpt: eenerzijds moet hij de verschillende kromme lijnen, en evenzoo in de ruimte de gebogen oppervlakken, naar den aard hunner vergelijkingen gaan classificeeren, van iedere klasse de kenmerkende algemeene, en van de verschillende exemplaren eener zelfde klasse de bijzondere eigenschappen opsporen; anderzijds wacht hem het analytisch onderzoek der verschillende klassen van functiën. En de algebra en de meetkunde, die in de schoolmathesis zoo ver van elkaar verwijderd zijn, vloeien hier ineen tot één harmonisch geheel, de analytische meetkunde, zoodat de mogelijkheid gegeven is meetkundige vraagstukken langs analytischen weg tot oplossing te brengen, en omgekeerd ingewikkelde analytische beschouwingen door middel van meetkundige voorstellingen althans zeer krachtdadig te ondersteunen, waarvan de theorie der RIEMANNsche oppervlakken, en der puntverzamelingen van G. CANTOR, wellicht de pakkendste voorbeelden zijn.

Een vraagstuk dat bij alle kromme lijnen van groot belang is, is het bepalen van de raaklijn. Het onderzoek leert dat de tangens van den hoek, dien de raaklijn insluit met de positieve x-as, afhankelijk is van de meerdere of mindere snelheid, waarmede de functie verandert, en LEIBNIZ leert ons dezen tangens schrijven in den allergelukkigsten vorm van het quotient van twee oneindig kleine aangroeiingen [1]), en schenkt ons daarmede als het ware een micro-

1) Cantor's „Vorlesungen", Bd III, pp. 160, 181.

scoop van onbeperkt vergrootend vermogen; het begrip „differentiaalquotient", of „afgeleide functie", welks oorsprong te zoeken is in het vage bewustzijn van de beweeglijkheid der dingen, en van de snelheid waarmede de verschijnselen plaats grijpen, is daarmede gewonnen [1]; het verspreidt zich geleidelijk over alle hierboven reeds genoemde gebieden van toepassing, en voert overal tot belangrijke uitkomsten. Tegelijk met de differentiaalrekening ontwikkelt zich ook de omgekeerde rekenwijze, de integraalrekening [2]), en zoodra men leert inzien dat de veranderingen, die een systeem van lichamen gedurende een oneindig klein tijdsinterval ondergaat, uitsluitend afhangen van den toestand van het systeem bij den aanvang van dat interval, treden de differentiaalvergelijkingen op, eerst de gewone, daarna, naar aanleiding van het vraagstuk van de trillende snaar, de partieele, en het vraagstuk der isoperimetrische figuren schenkt het aanzijn aan de variatierekening [3]; de allergrootste triumphen echter worden verkregen door toepassing van de nieuwe hulpmiddelen op het onderzoek van de beweging der hemellichamen [4]. Een geheel nieuwe wereld opent zich en vraagstukken, waaraan men vroeger nauwelijks durfde denken, worden toegankelijk.

Wat ik hier schetste, zijn in zeer ruwe trekken de hoofdlijnen van de ontwikkelingsgeschiedenis der wiskunde gedurende de 17^e^ en 18^e^ eeuw; door de ongelooflijke productiviteit van EULER, die zelfs bij zijne volslagen blindheid geen einde nam, door de BERNOULLI's, door de groote fransche meesters MONGE, LAGRANGE, LAPLACE e. a., verkreeg de wiskunde een vroeger voor onmogelijk gehouden rijkdom aan resultaten.

Volgt de 19e eeuw. Door de verbeterde onderwijstoestanden, zoo aan de middelbare scholen als vooral aan de universiteiten,

1) É. Picard, „Bulletin d. sc. math.", t. 28, 1904, p. 271.
2) Cantor's „Vorlesungen", Bd. II, 2e Aufl., p. 921.
3) É. Picard, l. c. p. 273.
4) É. Picard, l. c. p. 274.

waar gedurende de 18e eeuw, althans in Duitschland, bijna uitsluitend slechts elementaire wiskunde gedoceerd werd, neemt het aantal mathematici sterk toe; groote bedrijvigheid heerscht er allerwegen, maar de aard der mathematische studiën ondergaat eene wijziging. In de eerste plaats begint de zuivere of synthetische meetkunde, die door de geweldige vlucht welke de Analyse genomen had geheel op den achtergrond geraakt was, door de bemoeiingen van MONGE en zijne leerlingen, en verder door PONCELET, STEINER, MÖBIUS, CHASLES en VON STAUDT de haar van rechtswege toekomende plaats te heroveren [1]); maar in de tweede plaats begint men, waaraan men in de voorgaande periode door den geweldigen aandrang van nieuwe problemen niet de noodige aandacht had kunnen schenken [2]), en in afwijking van het bekende woord van D'ALEMBERT, dat deze periode zoo juist kenmerkt: „allez en avant, et la foi vous viendra"[2]), de grondslagen waarop de nieuwe methoden berusten, aan een nauwgezet onderzoek te onderwerpen; er breekt eene periode van kritiek aan, die tot op den huidigen dag voortduurt.

Te gelijker tijd echter wordt op de reeds verkregen resultaten onversaagd voortgebouwd. Men weet dat een punt in het platte vlak bepaald wordt door twee, in de ruimte door drie coördinaten, en dat in het eene geval eene betrekking tusschen die twee coördinaten eene lijn, in het andere eene betrekking tusschen die drie coördinaten een oppervlak voorstelt. Uit een analytisch oogpunt is er nu natuurlijk hoegenaamd geen bezwaar eene betrekking neer te schrijven tusschen vier of meer coördinaten van een punt, maar zulk eene betrekking zou slechts meetkundig geïnterpreteerd kunnen worden in eene ruimte, waarvan het aantal afmetingen grooter is dan drie. Hier geraakte de mathematicus der 19e eeuw in een moeilijk dilemma. Wat moest hij doen? Zou hij, zwichtend voor de overweging dat ruimten van meer dan drie afmetingen

1) G. Darboux, „Bulletin d. sc. math.", t. 28, 1904, p. 234—263.
2) É. Picard, l. c. p. 273.

hoogst waarschijnlijk slechts producten der phantasie zijn, en dat dus de kans op eenige practische toepassing zijner eventueel te verkrijgen resultaten vrijwel nihil is, van het onderzoek van de eigenschappen van zulke denkbeeldige ruimten afzien? Of zou hij, het verwijt op zich ladend van zijn tijd met het najagen van hersenschimmen te verbeuzelen, en gevaar loopend van door de spiritisten tot de hunnen gerekend te worden [1]), zich met alle kracht op het onderzoek dier ruimten gaan toeleggen? Hij heeft het laatste gekozen; met WEIERSTRASS van meening, „dass man den Zweck einer Wissenschaft nicht ausserhalb derselben suchen darf, und dass es nicht nur ihre Würde beeinträchtigen, nein dass es geradezu an ihr sich versündigen heisst, wenn man, statt sich ihr mit vollster Liebe und Hingebung zu widmen, nur Dienste von ihr verlangt, und darum wohl gar sich vermisst, der weiterschreitenden Forschung ihren Weg vorzeichnen zu wollen, und jede Richtung verwirft, die nicht sofort zu praktisch verwertbaren Resultaten zu führen scheint" [2]), heeft hij getroost de meerdimensionale meetkunde ontwikkeld, in Duitschland vriendelijk „Dimensionenschwindel" genoemd; en tot loon voor zijne moeite heeft hij een oneindig dieper inzicht in het wezen ook der meetkunde van drie en minder afmetingen verworven.

Omstreeks het jaar 1861 [3]) werd door WEIERSTRASS, denzelfden, wiens in de Akademie van Wetenschappen te Berlijn gesproken woorden wij zooeven aanhaalden, eene ontdekking gedaan, die in de gelederen der mathematici een oogenblik van ontsteltenis teweeg bracht. Men had tot nu toe steeds in de vaste overtuiging geleefd, dat van de zoogenaamde continuiteit eener functie de differentieerbaarheid een natuurlijk en noodzakelijk gevolg was, totdat WEIERSTRASS functies ontdekte, die aan alle voorwaarden van

---

1) W. KAPTEYN, „De meerdimensionale Meetk." Utrecht, J. VAN DRUTEN, 1901, p. 21.
2) Antrittsrede in der Berl. Akad., Monatsber., 1857, p. 350; Ahrens, l. c. p. 192.
3) Vgl. F. KLEIN, „Anwendung der Diff. u. Int. rechnung auf Geometrie, eine Revision der Principien." Leipzig, TEUBNER, 1902, p. 83.

continuiteit voldoen, en niettemin niet te differentieeren zijn. Het laat zich begrijpen dat de mathesis een oogenblik van angst doorleefde, want het stond te vreezen dat verscheidene der vroeger verkregen resultaten onjuist zouden blijken, doordien men wellicht functies gedifferentieerd had die deze bewerking in het geheel niet kunnen verdragen. Gelukkig is alles ten goede gekeerd, want hoewel het aantal voorwaarden, waaraan eene functie moet voldoen om zonder gevaar gedifferentieerd te kunnen worden, zóó groot is, dat men zich eigenlijk moet verbazen dat er nog zulke functies bestaan, zooals KLEIN het uitdrukt [1]), zoo is het in werkelijkheid veel moeilijker eene functie te vinden die niet, dan eene die wel gedifferentieerd kan worden, en in ieder geval is de kans dat zulk eene functie in de toepassing zou voorkomen, uiterst gering. Maar niettemin zag de mathematicus zich in de noodzakelijkheid geplaatst, de fundamenten van het gebouw der mathesis in allen deele te herzien; en dit onderzoek heeft rijke vruchten afgeworpen, maar heeft ons tevens geleerd dat in de schijnbaar allereenvoudigste begrippen, zooals bijv. in het naar men zou meenen zoo simpele begrip „getal", zeer groote moeilijkheden liggen opgesloten, zoodra men volkomen strenge en onaantastbare begrippen en bewijzen eischt [2]).

Dat bij het bloot leggen en herzien van de fundamenten van het gebouw der mathesis de grondslagen der meetkunde niet vergeten zouden worden, moet voor ieder, die niet volslagen vreemdeling is op dit gebied, onmiddellijk duidelijk zijn. Had het beruchte raadsel van de evenwijdige lijnen, d. w. z. de onbewijsbaarheid van het 5e postulaat van EUCLIDES, hetwelk zegt dat indien bij twee lijnen, door eene derde gesneden, de som der binnenhoeken aan de eene zijde der snijlijn kleiner is dan twee rechten, de twee lijnen, aan diezelfde zijde genoegzaam verlengd, elkaar nood-

1) l. c. p. 82.
2) É. PICARD, l. c. p. 268.

zakelijk zullen ontmoeten; had dit raadsel, zeg ik, de gemoederen zelfs niet met rust gelaten in perioden, toen men overigens voor meetkundige kwestiën slechts zeer weinig belangstelling had, hoe zou men er onverschillig voor hebben kunnen blijven in een tijd, waarin juist de kritiek zoo op den voorgrond treedt. GAUSS kende de oplossing van het raadsel sedert jaren, maar had, het geschreeuw der Böotiers vreezende, zooals hij het in een brief aan BESSEL uitdrukt[1]), er tegen op gezien haar te publiceeren; en dat zijn vrees in dezen niet zoo geheel ongegrond was, bewees nog vele jaren later de Böotier DÜHRING, die in verband met deze kwestie orakelde dat GAUSS aan „mathematische Verstandesverrückung" lijdende was[2]). Andere onderzoekers, zooals WALLIS, SACCHERI, LAMBERT, SCHWEIKART, TAURINUS, waren meer of minder ver op den goeden weg geweest, echter zonder het einddoel te bereiken[3]); WOLFGANG BOLYAI, een studiemakker van GAUSS, had zelfs zijn geheele wetenschappelijk leven vruchteloos aan dit ééne vraagstuk opgeofferd, en daarom zijn zoon JOHANN, die trouwens volstrekt geen mathematicus van professie, maar integendeel Hongaarsch cavallerie-officier, en door zijn opvliegend karakter, zijn persoonlijken moed, en zijne uitmuntende Damascener kling een van de meest gevreesde vechtersbazen uit het leger was, bezworen toch niet denzelfden weg op te gaan, wat natuurlijk juist de tegenovergestelde uitwerking had; en ziet, aan JOHANN gelukte de oplossing, en ongeveer gelijktijdig met, doch geheel onafhankelijk van hem, aan NICOLAI IWANOWITSCH LOBATSCHEFSKY, rector van de universiteit te Kasan[4]). En uit de onderzoekingen van deze mannen hebben wij tot onze verbazing geleerd, dat het 5^e postulaat onbewijsbaar is, omdat de inhoud er van geen stelling,

1) Ges. Werke, Bd. 8, p. 201.

2) Principien d. Mech., 3e Aufl. p. 521.

3) Vgl. F. Engel u. P. Stäckel, „Die Theorie d. Parallellinien von Euklid bis auf GAUSS", Leipzig, Teubner, 1895.

4) Vgl. N. I. Lobatschefsky, „Zwei geom. Abh.", vertaald en uitgegeven door F. Engel, Leipzig, Teubner, 1899.

d. w. z. geen waarheid, doch slechts eene willekeurige aanname, eene conventie is. Dat door een punt buiten eene lijn slechts éëne lijn getrokken kan worden evenwijdig aan die lijn, iets waaraan men twintig eeuwen lang met onwrikbaar geloof had vastgehouden, is ten slotte gebleken logisch niet noodzakelijk te zijn; en de som van de hoeken van een driehoek is slechts dan gelijk aan twee rechten, indien wij zulks wenschen. Wordt dan wellicht ten slotte de geheele meetkunde op losse schroeven gezet? Het tegendeel is waar; nu pas zijn de fundamenten zóó hecht, dat zij den tand des tijds gedurende alle volgende eeuwen zullen kunnen weerstaan, en de soliditeit van vroeger was slechts schijn; wat uit deze onderzoekingen blijkt, is integendeel dit, dat absolute waarheid zelfs in de meetkunde niet te vinden is; iedere meetkunde is juist, in zooverre de praemissen juist zijn waarvan zij uitgaat, maar in de keuze dezer praemissen heerscht een zekere vrijheid.

Zijn dit nu bloemen zonder geur, en vruchten zonder smaak? Waarlijk, iemands wetenschappelijk reukorgaan moet al zeer defect zijn, zal hem de geur van zulke bloemen ontgaan; liever dan dit te onderstellen, wil ik aannemen dat menigeen den geur niet bemerkt, doordien hem het bestaan der bloemen zelve onbekend is. Deze resultaten tellen integendeel mede onder de grootste triumphen van den menschelijken geest, en gelukkig prijs ik hem, wien het vergund is het, zij het ook dikwijls steile en steenachtige pad der groote baanbrekers volgend, den top van den berg werkelijk te bereiken, en van daar uit te genieten van het uitzicht, dat de meesters onzer wetenschap vóór ons ontsloten hebben. De toekomst is zoo rooskleurig mogelijk, want de onontbeerlijkheid der mathesis wordt dagelijks meer erkend; de chemie, oorspronkelijk eene zuiver experimenteele wetenschap, ziet zich hoe langer hoe onweerstaanbaarder naar het mathematische vaarwater heengedreven; de biologie met hare frequentiekrommen

doet ook reeds een stap in die richting. De economie stelt vergelijkingen op tusschen hoeveelheden koopwaar en prijs, die eenigszins aan die der mechanica herinneren, al staat het ook te vreezen, zooals PICARD zegt[1]), dat in die vergelijkingen, om met HELMHOLTZ en HERTZ te spreken, zekere „verborgen massa's" verwaarloosd zijn; en — last, not least — de mathematische physica, van oudsher de liefhebbende jongere zuster der mathesis, opent voor de waarschijnlijkheidsrekening een nieuw gebied van toepassing in de zoogenaamde „statistische" natuurbeschouwing. Daarom vol moed de toekomst tegemoet gezien; de mathesis leeft en zal leven.

EdelGrootachtbare Heeren Curatoren dezer Universiteit,

Wilt mijn oprechten dank aanvaarden voor het vertrouwen, dat Gij in mij gesteld blijkt te hebben, door mij voor benoeming tot het ambt dat ik op dit oogenblik aanvaard, aan te bevelen. Een zware last wordt mij heden op de schouders gelegd, en het zal eenigen tijd duren alvorens ik dien zóó weet te dragen, dat ik den indruk vermag teweeg te brengen dat hij mij licht valt. Maar .... „es wächst der Mensch mit seinen grössern Zwecken"; vertrouwend op dit dichterwoord, zal ik trachten door onafgebroken arbeid het aanbreken van dat tijdstip te bespoedigen.

EdelAchtbare Heeren Burgemeester, Wethouders, en
Leden van den Raad dezer Gemeente,

Ook U ben ik dank verschuldigd voor Uw vertrouwen. Reeds eenmaal heb ik het voorrecht gehad, als ambtenaar dezer Gemeente de stad mijner geboorte, en die mij lief is boven alle andere, te mogen dienen; en toen reeds heb ik bij meer dan ééne gelegenheid de welwillende houding van het Gemeentebestuur jegens mijn

1) l. c. p. 295.

persoon leeren waardeeren; ook bij de benoeming tot deze mijne nieuwe functie is mij dezelfde welwillendheid ten deel gevallen; het is mij eene behoefte hiervoor van af deze plaats mijn oprechten dank uit te spreken.

Hooggeleerde van Pesch, hooggeachte Leermeester,

Het doet mij oprecht leed dat Uw gezondheidstoestand U genoopt heeft Uw ambt neer te leggen, nog vóórdat de door de wet gestelde leeftijdsgrens door U was bereikt. Ik hoop van harte dat de rust, waarvan Gij naar hartelust kunt genieten nu de lasten van Uw ambt van U afgewenteld zijn, den heilzaamsten invloed op Uwen toestand moge hebben.

Gij waart natuurlijk de eerste om te weten dat de richting, waarin zich mijne eigen studiën tot dusver bij voorkeur bewogen hebben, niet de Uwe was; dat Gij niettemin mij tot Uwen opvolger gewenscht hebt, moet ik dus beschouwen als een blijk van buitengewoon vertrouwen, dat ik zeer wel op den juisten prijs weet te schatten. Wil U overtuigd houden dat ik met ijver en lust, ja met geestdrift, mijn nieuwen werkkring ga aanvaarden, en geen moeite zal ontzien om mij Uw vertrouwen waardig te betoonen.

Hooggeleerde Heeren Professoren,
Leden van den Senaat dezer Hoogeschool,

Bij den overgang van Delft naar hier heb ik eer het gevoel van den man, die na eene afwezigheid van eenige jaren in het ouderlijk huis terugkeert, dan van den vreemdeling, die zich geplaatst ziet in eene geheel nieuwe omgeving. Wat al herinneringen roept deze ééne zaal niet in mij wakker! Als student te midden van het publiek gezeten, heb ik Rectoren zien gaan en komen, en geluisterd naar de redevoeringen van mannen, die toen in

dezelfde conditie verkeerden als waarin ik mij thans bevind; een weinig meer naar voren plaats nemende, heb ik de meeningen van goede vrienden, door hen belichaamd in zwaarwichtige stellingen, en als kostbare kleinodiën verdedigd, als volkomen foutief, onhoudbaar, en waardeloos aan de kaak trachten te stellen; totdat ook mijn uurtje geslagen had, en ik, achter den katheder hier beneden staande, en slechts in schijn beschermd door twee stoere paranymphen, op mijn beurt de aanvallen te verduren had èn van uit het publiek, èn van uit deze zelfde banken die mij thans zoo gastvrij tot zitten nooden. En nu deze laatste, voor mij gewichtigste stap. Hooggeleerde Heeren Senatoren, met gepasten eerbied, doch zonder schroom, neem ik plaats in Uwen kring. En waartoe ook schroom? Velen Uwer heb ik sedert jaren het genoegen persoonlijk te kennen, velen hebben mij sedert langen tijd het voorrecht hunner vriendschap gegund; de leden van de Faculteit der Wis- en Natuurkunde in het bijzonder hebben vooral gedurende de laatste maanden op de ondubbelzinnigste wijze van hunne sympathie doen blijken, en zij, in wier meest onmiddellijke nabijheid mijne plaats zich zal bevinden, zijn mijne eigen leermeesters. Gij, Hooggeleerde KORTEWEG, hooggeschatte Leermeester en Promotor, Gij, Hooggeleerde VAN DER WAALS, hooggeachte Leermeester, bij wien ik tevens twee jaren als assistent heb mogen werkzaam zijn, Gij beiden kent mijne — sit venia verbo — sterke, maar Gij kent ook terdege mijne zwakke zijden, en niettemin wilt Gij mij naast U dulden. Welaan, Uw vertrouwen schenkt mij moed; en de hulp, en de steun, en de vriendschap, die Gij in zoo overvloedige mate Uwen leerling geschonken hebt, zult Gij toch zeker Uwen ambtgenoot wel niet onthouden. Waartoe dan schroom?

Hooggeachte Ambtgenooten van de Technische Hoogeschool te Delft,

Het is niet dan met een gevoel van weemoed dat ik Uwen kring verlaat; want gedurende de vier jaren van mijn verblijf te Delft, en vooral gedurende de laatste maanden, heb ik tallooze blijken van oprechte sympathie en vriendschap van U mogen ontvangen, die ik ten zeerste waardeer. Wilt U dan ook overtuigd houden dat het uitsluitend de zoo geheel andere, en voor mij zooveel aantrekkelijker plaats is, die mijne wetenschap in de philosophische faculteit eener Universiteit inneemt, die mij heeft doen besluiten het zoo vereerende aanbod dat mij geworden is, te aanvaarden. Velen Uwer zal ik noode missen; zoo, om slechts enkele weinige namen te noemen, U, Hooggeleerde HOOGEWERFF, die mij èn in Uwe qualiteit als Rector Magnificus, èn als Collega, steeds op de meest vriendschappelijke wijze zijt tegemoet getreden; zoo U beiden, Hooggeleerde COP en GIPS, met wie ik zoo vele genoegelijke uren van ontspanning heb mogen doorbrengen; zoo bovenal U, Hooggeleerde CARDINAAL. Uit onze samenwerking, uit onzen dagelijkschen omgang is eene vriendschap voortgekomen, zooals slechts zelden gesloten wordt nadat de jaren der jeugd verstreken zijn; Gij waart de gevende, ik was de ontvangende partij, maar Gij gaaft gaarne van den rijken schat van Uwe kennis en ervaring, en ik was gretig in het aanvaarden van hetgeen mij werd aangeboden. Zeer noode zal ik Uwen opwekkenden omgang missen; maar het zal onze wetenschap zijn die ons weer samen brengt; en de verwachting, U te ontmoeten, zal voor mij in het vervolg eene bekoring te meer zijn van de vergaderingen van ons Wiskundig Genootschap.

*Dames en Heeren Studenten in de Faculteit
der Wis- en Natuurkunde,*

Ik heb het groote voordeel, voor Uw aangezicht niet als een vreemdeling te verschijnen; velen Uwer toch mocht ik reeds in mijne voordrachten over de Projectieve Meetkunde tot mijne toehoorders rekenen, ja enkelen Uwer zijn zelfs nog mijne leerlingen van de Hoogere Burgerschool op de Keizersgracht; Gij weet dus wat Gij wèl, en wat Gij niet van mij verwachten kunt.

Volgens een in omloop zijnd verhaal moet de mathematicus KUMMER, U allen wel bekend, in zóó hooge mate de sympathie zijner toehoorders bezeten hebben, dat één van dezen zich in vervoering eens bereid verklaard moet hebben desnoods een spiegelsextant met waterpas en al te willen inslikken, indien KUMMER zulks van hem mocht verlangen[1]. Gij moogt U overtuigd houden, dat ik dit inderdaad niet alledaagsch bewijs van waardeering nooit van U zal vergen; ik zal reeds zeer tevreden zijn indien onze verhouding in de toekomst zoo mag blijven, als zij tot nu toe geweest is.

Ik heb gezegd.

1) Zeitschr. von Hoffmann, Bd. 24 (1893), p. 310; Ahrens, l. c. p. 309.